Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores

Parabool en twee lijnen

1 **maximumscore 8**

- $f'(x) = 1 - 2x$, dus $\text{rc}_l = f'(0) = 1$ — 1
- $(\text{rc}_l \cdot \text{rc}_m = -1$, dus$)$ $\text{rc}_m = -1$ — 1
- $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$ invullen in $y = -x + b$ geeft voor m de vergelijking $y = -x + \frac{3}{4}$ — 1
- Uit $-x + \frac{3}{4} = x - x^2$ volgt $x^2 - 2x + \frac{3}{4} = 0$ — 1
- Exact oplossen geeft $x = 1\frac{1}{2}$ ($x = \frac{1}{2}$ geeft T) — 1
- De oppervlakte van V is gelijk aan $\int_{\frac{1}{2}}^{1\frac{1}{2}} \left(\left(x - x^2\right) - \left(-x + \frac{3}{4}\right)\right) \mathrm{d}x$ — 1
- Een primitieve van $-x^2 + 2x - \frac{3}{4}$ is $-\frac{1}{3}x^3 + x^2 - \frac{3}{4}x$ — 1
- Invullen van de grenzen geeft: de oppervlakte van V is $\frac{1}{6}$ — 1

Goniometrische functies

2 maximumscore 4

- $2\sin(x)-\sin(2x)=\sin(2x)$ herleiden tot $\sin(x)=\sin(2x)$ 1
- Dit geeft $x=2x+k\cdot 2\pi$ (met k geheel) of $x=\pi-2x+k\cdot 2\pi$ (met k geheel) 1
- Hieruit volgt $x=k\cdot 2\pi$ (met k geheel) of $x=\frac{1}{3}\pi+k\cdot\frac{2}{3}\pi$ (met k geheel) 1
- De x-coördinaten van P en Q zijn $x=\frac{1}{3}\pi$ en $x=1\frac{2}{3}\pi$ (de andere oplossingen geven punten op de x-as) 1

of

- $2\sin(x)-\sin(2x)=\sin(2x)$ herleiden tot $\sin(x)=\sin(2x)$ 1
- Dit geeft $\sin(x)=2\sin(x)\cos(x)$ 1
- Dit geeft $\sin(x)=0$ of $\cos(x)=\frac{1}{2}$ 1
- De x-coördinaten van P en Q zijn $x=\frac{1}{3}\pi$ en $x=1\frac{2}{3}\pi$ (de andere oplossingen geven punten op de x-as) 1

3 maximumscore 5

- De oppervlakte van V kan berekend worden met $\int_a^b (f(x)-h(x))\,\mathrm{d}x$ (met $a=1{,}33$ en $b=2{,}97$) 1
- $h(x)=\sin(2x)+1$ 1
- De primitieve van $f-h$ is $-2\cos(x)+\cos(2x)-x$ 2
- De gevraagde oppervlakte is 2,6 1

Opmerking
Voor het derde antwoordelement mag voor een niet volledig juist antwoord 1 scorepunt worden toegekend.

4 **maximumscore 4**

- $f\left(\frac{1}{3}\pi\right)=\frac{1}{2}\sqrt{3}$ en $k\left(\frac{1}{3}\pi\right)=\frac{1}{2}\sqrt{3}$ (en zijn dus gelijk) 1
- $f'(x)=2\cos(x)-2\cos(2x)$ 1
- $k'(x)=\dfrac{1}{2\cos^2(x)}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1
- $f'\left(\frac{1}{3}\pi\right)=2$ en $k'\left(\frac{1}{3}\pi\right)=2$ (en zijn dus gelijk) (dus de grafiek van k raakt de grafiek van f in een punt met x-coördinaat $\frac{1}{3}\pi$) 1

Aardbevingen

5 maximumscore 4

- Er geldt $6 = \frac{d}{t}$ (of een gelijkwaardige vorm) (waarbij t de tijd is, waarop de eerste primaire golf bij het meetstation aankomt) 1
- (Voor de secundaire golf geldt) $3,5 = \frac{d}{t+17}$ (of een gelijkwaardige vorm) 1
- Beschrijven hoe dit stelsel kan worden opgelost 1
- Hieruit volgt ($d =$) $142,8$ (of 143) (km) 1

of

- De tijd die de primaire golf nodig heeft is $\frac{d}{6}$ (seconden) 1
- De tijd die de secundaire golf nodig heeft is $\frac{d}{3,5}$ (seconden) 1
- Er geldt dus $\frac{d}{3,5} - \frac{d}{6} = 17$ 1
- Hieruit volgt ($d =$) $142,8$ (of 143) (km) 1

6 maximumscore 6

- Voor de coördinaten van het epicentrum geldt $x^2 + y^2 = 240^2$ en $(x-192)^2 + (y-128)^2 = 80^2$ 1
- Uit het verschil van beide vergelijkingen volgt $384x - 192^2 + 256y - 128^2 = 240^2 - 80^2$ 1
- Herleiden tot $y = -1,5x + 408$ 1
- Invullen (bijvoorbeeld in de vergelijking van de cirkel om S) en herleiden geeft $3,25x^2 - 1224x + 108\,864 = 0$ 1
- De oplossingen van deze vergelijking zijn $x = 144$ en $x = 232,6...$ 1
- De gevraagde coördinaten zijn $(144, 192)$ en $(233, 59)$ 1

of

- $ST = \sqrt{192^2 + 128^2} = 230,75...$ 1
- Voor de hellingshoek α van ST geldt $\tan(\alpha) = \frac{128}{192}$, waaruit volgt $\alpha = 33,69...(°)$ 1
- Toepassen van de cosinusregel in driehoek STE (met E de plaats van het epicentrum) geeft $80^2 = 240^2 + 230,75...^2 - 2 \cdot 240 \cdot 230,75... \cdot \cos(\angle EST)$ 1
- Algebraïsch oplossen geeft $\angle EST = 19,44...(°)$ 1
- De hellingshoek van SE is dus gelijk aan $33,69... + 19,44... = 53,13...(°)$ of gelijk aan $33,69... - 19,44... = 14,25...(°)$ 1
- Dit geeft voor E $(240 \cdot \cos(53,13...), 240 \cdot \sin(53,13...))$ en $(240 \cdot \cos(14,25...), 240 \cdot \sin(14,25...))$, dus de gevraagde coördinaten zijn $(144, 192)$ en $(233, 59)$ 1

of

- Voor de coördinaten van het epicentrum geldt
  $x^2 + y^2 = 240^2$ en $(x-192)^2 + (y-128)^2 = 80^2$ — 1
- Uit de eerste vergelijking volgt $y = \sqrt{240^2 - x^2}$; invullen in de tweede vergelijking geeft $(x-192)^2 + (\sqrt{240^2 - x^2} - 128)^2 = 80^2$ — 1
- Dit geeft
  $x^2 - 2 \cdot 192 \cdot x + 192^2 + 240^2 - x^2 - 2 \cdot 128 \cdot \sqrt{240^2 - x^2} + 128^2 = 80^2$ en
  hieruit volgt $-256\sqrt{240^2 - x^2} = 384x - 104\,448$ — 1
- Herleiden tot $3,25x^2 - 1224x + 108\,864 = 0$ — 1
- De oplossingen van deze vergelijking zijn $x = 144$ en $x = 232,6...$ — 1
- De gevraagde coördinaten zijn $(144, 192)$ en $(233, 59)$ — 1

7 maximumscore 6

- Er geldt $4,5 = 10^{a-b \cdot 7,5}$ en $285,5 = 10^{a-b \cdot 6}$ — 1
- Het stelsel $\begin{cases} a - 7,5b = \log(4,5) \\ a - 6b = \log(285,5) \end{cases}$ moet worden opgelost — 1
- Beschrijven hoe dit stelsel kan worden opgelost — 1
- Dit geeft $a = 9,66...$ en $b = 1,20...$ — 1
- $N = 10^{9,66...-1,20...\cdot 6,5} = 71,5...$ — 1
- $(56 + 15 + 3,1 + 1,1 + 0,3 =)$ 75,5, dus de voorspelling wijkt $(-)4$ af — 1

Opmerking
Als doorgerekend wordt met waarden van a en b die zijn afgerond op twee decimalen (resulterend in het eindantwoord (-)1) of meer dan twee decimalen, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.

Een vierkant en vier vectoren

8 maximumscore 6

- $\overrightarrow{CP} = \begin{pmatrix} p \\ -1 \end{pmatrix}$ en $\overrightarrow{CA} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ 1
- $\cos(\angle PCA) = \dfrac{\begin{pmatrix} p \\ -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}}{\left|\begin{pmatrix} p \\ -1 \end{pmatrix}\right| \cdot \left|\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}\right|}$ 1
- Dit is gelijk aan $\dfrac{p+1}{\sqrt{p^2+1} \cdot \sqrt{2}}$ 1
- ($\overrightarrow{CQ} = \begin{pmatrix} \frac{1}{p} \\ -1 \end{pmatrix}$ dus) (p vervangen door $\frac{1}{p}$ geeft)

  $\cos(\angle ACQ) = \dfrac{\frac{1}{p}+1}{\sqrt{\left(\frac{1}{p}\right)^2+1} \cdot \sqrt{2}}$ 1
- Teller en noemer van $\dfrac{\frac{1}{p}+1}{\sqrt{\left(\frac{1}{p}\right)^2+1} \cdot \sqrt{2}}$ vermenigvuldigen met p geeft

  $\dfrac{1+p}{\sqrt{p^2} \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{p}\right)^2+1} \cdot \sqrt{2}}$ 1
- Dit is gelijk aan $\dfrac{1+p}{\sqrt{1+p^2} \cdot \sqrt{2}}$, (dus $\cos(\angle ACQ) = \cos(\angle PCA)$,) dus (in deze situatie) $\angle ACQ = \angle PCA$ (dus de hoek tussen de vectoren $\overrightarrow{CP}$ en $\overrightarrow{CA}$ is gelijk aan de hoek tussen de vectoren $\overrightarrow{CA}$ en $\overrightarrow{CQ}$) 1

of

- $\overrightarrow{CP} = \begin{pmatrix} p \\ -1 \end{pmatrix}$ en $\overrightarrow{CA} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ 1
- $\cos(\angle PCA) = \dfrac{\begin{pmatrix} p \\ -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}}{\left|\begin{pmatrix} p \\ -1 \end{pmatrix}\right| \cdot \left|\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}\right|}$ 1
- Dit is gelijk aan $\dfrac{p+1}{\sqrt{p^2+1} \cdot \sqrt{2}}$ 1
- ($\overrightarrow{CQ} = \begin{pmatrix} \frac{1}{p} \\ -1 \end{pmatrix}$ dus) (p vervangen door $\frac{1}{p}$ geeft)

  $\cos(\angle ACQ) = \dfrac{\frac{1}{p}+1}{\sqrt{\left(\frac{1}{p}\right)^2+1} \cdot \sqrt{2}}$ 1
- Gelijkstellen van beide uitdrukkingen en vervolgens kruislings vermenigvuldigen geeft (dat bewezen moet worden:)

  $\sqrt{p^2}\sqrt{\left(\frac{1}{p}\right)^2+1} + \sqrt{\left(\frac{1}{p}\right)^2+1} = \sqrt{\frac{1}{p^2}}\sqrt{p^2+1} + \sqrt{p^2+1}$ 1
- Dit geeft $\sqrt{1+p^2} + \sqrt{\frac{1}{p^2}+1} = \sqrt{1+\frac{1}{p^2}} + \sqrt{p^2+1}$, (en dit is inderdaad aan elkaar gelijk, dus $\cos(\angle ACQ) = \cos(\angle PCA)$,) dus (in deze situatie) $\angle ACQ = \angle PCA$ (dus de hoek tussen de vectoren $\overrightarrow{CP}$ en $\overrightarrow{CA}$ is gelijk aan de hoek tussen de vectoren $\overrightarrow{CA}$ en $\overrightarrow{CQ}$) 1

of

- De richtingscoëfficiënt van de lijn door C en Q is $\dfrac{-1}{\frac{1}{p}} = -p$ 1
- Het snijpunt R van de lijn door C en Q en lijnstuk AB heeft dus y-coördinaat $1-p$ 1
- $PA = 1-p$, dus $PA = RA$ 1
- $\angle PAC = \angle RAC\ (= 45°)$ (want AC is een diagonaal van een vierkant) 1
- Ook geldt $CA = CA$, dus ΔCAP is gelijkvormig met ΔCAR 1
- Uit deze gelijkvormigheid volgt dat $\angle ACQ =$ ($\angle ACR =$) $\angle ACP$ (dus de hoek tussen de vectoren $\overrightarrow{CP}$ en $\overrightarrow{CA}$ is gelijk aan de hoek tussen de vectoren $\overrightarrow{CA}$ en $\overrightarrow{CQ}$) 1

of

- $\dfrac{OC}{OP} = \dfrac{1}{p}$ 1
- $\dfrac{OQ}{OC} = \dfrac{\frac{1}{p}}{1} = \dfrac{1}{p}$ 1
- Ook geldt $\angle POC = \angle COQ$, dus ΔOPC is gelijkvormig met ΔOCQ 1
- $\angle OQC = \angle BCQ$ (Z-hoeken), dus $\angle OCP = \angle OQC = \angle BCQ$ 1
- $\angle ACP = 45° - \angle OCP$ en $\angle QCA = 45° - \angle BCQ$ 1
- Dus $\angle ACP = \angle QCA$ (dus de hoek tussen de vectoren $\overrightarrow{CP}$ en $\overrightarrow{CA}$ is gelijk aan de hoek tussen de vectoren $\overrightarrow{CA}$ en $\overrightarrow{CQ}$) 1

9 maximumscore 7

- De coördinaten van M zijn $\left(\frac{1}{2}p + \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ 1
- $\overrightarrow{PB} = \begin{pmatrix} 1-p \\ 1 \end{pmatrix}$ 1
- $\overrightarrow{QM} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}p + \frac{1}{2} - \frac{1}{p} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ 1
- $\overrightarrow{PB}$ staat loodrecht op $\overrightarrow{QM}$ als $\begin{pmatrix} 1-p \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{2}p + \frac{1}{2} - \frac{1}{p} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix} = 0$ 1
- De vergelijking $(1-p) \cdot \left(\frac{1}{2}p + \frac{1}{2} - \frac{1}{p}\right) + 1 \cdot \frac{1}{2} = 0$ moet worden opgelost 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost 1
- $p \approx 0{,}54$ (want $0 < p < 1$) 1

of

- De richtingscoëfficiënt van de lijn door P en B is $\dfrac{1}{1-p}$ 1
- De richtingscoëfficiënt van de lijn door M loodrecht op PB is $p-1$ 1
- De coördinaten van M zijn $\left(\frac{1}{2}p + \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ 1
- Hieruit volgt dat een vergelijking van de lijn door M loodrecht op PB is $y = (p-1)x - \frac{1}{2}p^2 + 1$ 1
- Deze lijn gaat door Q als $0 = (p-1) \cdot \frac{1}{p} - \frac{1}{2}p^2 + 1$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost 1
- $p \approx 0{,}54$ (want $0 < p < 1$) 1

of

- In dit geval is de lijn door M en Q de middelloodlijn van lijnstuk PB — 2
- (Omdat Q op deze middelloodlijn ligt, geldt) $PQ = BQ$ — 1
- $PQ = \frac{1}{p} - p$ en $AQ = \frac{1}{p} - 1$ — 1
- $BQ = \sqrt{\left(\frac{1}{p} - 1\right)^2 + 1}$ — 1
- Beschrijven hoe de vergelijking $\frac{1}{p} - p = \sqrt{\left(\frac{1}{p} - 1\right)^2 + 1}$ kan worden opgelost — 1
- $p \approx 0{,}54$ (want $0 < p < 1$) — 1

of

- De coördinaten van M zijn $\left(\frac{1}{2}p + \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ — 1
- $PM^2 = \left(\frac{1}{2}p + \frac{1}{2} - p\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2$ — 1
- $QM^2 = \left(\frac{1}{2}p + \frac{1}{2} - \frac{1}{p}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2$ — 1
- $PQ^2 = \left(\frac{1}{p} - p\right)^2$ — 1
- De vergelijking $\left(\frac{1}{2}p + \frac{1}{2} - p\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}p + \frac{1}{2} - \frac{1}{p}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{p} - p\right)^2$ moet worden opgelost — 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost — 1
- $p \approx 0{,}54$ (want $0 < p < 1$) — 1

of

- De coördinaten van M zijn $\left(\frac{1}{2}p + \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ — 1
- $\overrightarrow{PB} = \begin{pmatrix} 1-p \\ 1 \end{pmatrix}$ — 1
- Een vergelijking van een normaalvector van $\overrightarrow{PB}$ is $(1-p)x + y = c$ — 1
- Invullen van $Q\left(\frac{1}{p}, 0\right)$ geeft voor de normaalvector door Q dat $(1-p) \cdot \frac{1}{p} = c$ — 1
- De normaalvector moet door M gaan, dus er moet gelden $(1-p) \cdot \left(\frac{1}{2}p + \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2} = (1-p) \cdot \frac{1}{p}$ (en deze vergelijking moet worden opgelost) — 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost — 1
- $p \approx 0{,}54$ (want $0 < p < 1$) — 1

of

- Er moet gelden $PQ \cdot AB = PB \cdot QM$ 1
- $PQ = \frac{1}{p} - p$ (en $AB = 1$) 1
- $PB = \sqrt{(1-p)^2 + 1}$ 1
- $QM = \sqrt{\left(\frac{1}{2}p + \frac{1}{2} - \frac{1}{p}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2}$ 1
- De vergelijking $\left(\frac{1}{p} - p\right) \cdot 1 = \sqrt{(1-p)^2 + 1} \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{2}p + \frac{1}{2} - \frac{1}{p}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2}$ moet worden opgelost 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost 1
- $p \approx 0{,}54$ (want $0 < p < 1$) 1

Opmerking
In het derde antwoordalternatief mogen voor het eerste antwoordelement uitsluitend 0 of 2 scorepunten worden toegekend.

Limiet van een verhouding

10 maximumscore 4

- $t^2 = a$ geeft $t = -\sqrt{a}$ of $t = \sqrt{a}$ 1
- $y_S = y\left(-\sqrt{a}\right) = a + 2\sqrt{a}$ en $y_R = y\left(\sqrt{a}\right) = a - 2\sqrt{a}$ 1
- $\dfrac{QR}{QS} = \dfrac{a - 2\sqrt{a}}{a + 2\sqrt{a}} = \dfrac{1 - \dfrac{2}{\sqrt{a}}}{1 + \dfrac{2}{\sqrt{a}}}$ 1
- ($\dfrac{2}{\sqrt{a}}$ nadert naar 0 als a onbegrensd toeneemt, dus) de limiet is 1

  (of $\lim\limits_{a \to \infty} \dfrac{1 - \frac{2}{\sqrt{a}}}{1 + \frac{2}{\sqrt{a}}} = 1$) 1

Gebroken functie met een parameter

11 maximumscore 3

- $f_1(x) = x + \dfrac{4}{x^2}$ — 1
- (Als x onbegrensd toeneemt, nadert $\dfrac{4}{x^2}$ tot 0, dus) de vergelijking van de scheve asymptoot is $y = x$ — 1
- Omdat ($4 > 0$ en) $x^2 > 0$, geldt $x + \dfrac{4}{x^2} > x$ (dus ligt de grafiek van f_1 boven de scheve asymptoot) — 1

12 maximumscore 5

- Er geldt $f_p'(x) = \dfrac{x^2 \cdot 3x^2 - \left(x^3 + 4p\right) \cdot 2x}{\left(x^2\right)^2}$ — 1
- Herleiden tot $f_p'(x) = 1 - \dfrac{8p}{x^3}$ (of $f_p'(x) = \dfrac{x^4 - 8px}{x^4}$) — 1
- $f_p'(x) = 0$ geeft voor de x-coördinaat van de top $p = \frac{1}{8}x^3$ — 1
- Invullen in $x^3 + 4p$ geeft $1\frac{1}{2}x^3$ — 1
- Dus de y-coördinaat van de top is $\dfrac{1\frac{1}{2}x^3}{x^2} = 1\frac{1}{2}x$ (dus de toppen liggen op de lijn met vergelijking $y = 1\frac{1}{2}x$) — 1

of

Vraag	Antwoord	Scores

- Er geldt $f_p(x) = x + \frac{4p}{x^2} = x + 4px^{-2}$ — 1
- $f_p'(x) = 1 - \frac{8p}{x^3}$ — 1
- $f_p'(x) = 0$ geeft voor de x-coördinaat van de top $x = \sqrt[3]{8p}$ $(= 2p^{\frac{1}{3}})$ — 1
- Invullen in $x^3 + 4p$ geeft $12p$ en invullen in x^2 geeft $\left(2p^{\frac{1}{3}}\right)^2 = 4p^{\frac{2}{3}}$,
  dus de y-coördinaat van de top is $\frac{12p}{4p^{\frac{2}{3}}} = 3p^{\frac{1}{3}}$ — 1
- (Voor elke waarde van $p > 0$ geldt) $\frac{3p^{\frac{1}{3}}}{2p^{\frac{1}{3}}} = 1\frac{1}{2}$ (of $3p^{\frac{1}{3}} = 1\frac{1}{2} \cdot 2p^{\frac{1}{3}}$) (dus
  de toppen liggen op de lijn met vergelijking $y = 1\frac{1}{2}x$) — 1

Absolute natuurlijke logaritme

13 maximumscore 6

- $\left|\ln\left(x_C\right)\right| = \ln\left(x_C\right) = q$ (want $\ln(x_C) > 0$), dus $x_C = e^q$ — 1
- $\left|\ln\left(x_B\right)\right| = -\ln\left(x_B\right)$ (want $\ln\left(x_B\right) < 0$) — 1
- $-\ln\left(x_B\right) = q$, dus $\ln\left(x_B\right) = -q$, dus $x_B = e^{-q}$ — 1
- De vergelijking ($e^q - e^{-q} = 3e^{-q}$, dus) $e^q = 4e^{-q}$ moet worden opgelost — 1
- Hieruit volgt $e^{2q} = 4$ — 1
- Dus $q = \frac{1}{2}\ln(4)$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) — 1

of

- Er moet gelden ($x_C - x_B = 3 \cdot x_B$, dus) $x_C = 4 \cdot x_B$ — 1
- De vergelijking $|\ln(b)| = |\ln(4b)|$ moet worden opgelost, waarbij b de
  x-coördinaat van B is — 1
- $|\ln(b)| = -\ln(b)$ (want $\ln(b) < 0$) en $|\ln(4b)| = \ln(4b)$ (want $\ln(4b) > 0$) — 1
- Uit $-\ln(b) = \ln(4b)$ volgt $\ln\left(\frac{1}{b}\right) = \ln(4b)$ — 1
- $\frac{1}{b} = 4b$, dus $1 = 4b^2$ — 1
- Dit geeft $b = \frac{1}{2}$ ($b = -\frac{1}{2}$ voldoet niet), dus $q = \ln(2)$ (of een
  gelijkwaardige uitdrukking) — 1

P en *P'*

14 maximumscore 6

- De lijn door O en P heeft hellingshoek $(180-120=)\,60°$ — 1
- De richtingscoëfficiënt van deze lijn is dus $\sqrt{3}$ — 1
- Voor de x-coördinaat van P geldt $\sqrt{3}\cdot x = 6\sqrt{x}$ — 1
- Een exacte berekening waaruit volgt $x=12$ ($x=0$ voldoet niet) — 1
- Dus $P(12, 6\sqrt{12})$, dus $OP=\sqrt{12^2+(6\sqrt{12})^2}=24$ — 1
- Dus $x_{P'}=-24$ — 1

of

- $\overrightarrow{OP}=\begin{pmatrix} p \\ 6\sqrt{p} \end{pmatrix}$ en een richtingsvector van OP' is $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ (of een andere vector van de vorm $\begin{pmatrix} a \\ 0 \end{pmatrix}$ met $a<0$) — 1
- $\cos(120°)=\dfrac{\begin{pmatrix} p \\ 6\sqrt{p} \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}}{\left|\begin{pmatrix} p \\ 6\sqrt{p} \end{pmatrix}\right|\cdot\left|\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}\right|}$ — 1
- Dus $-\dfrac{1}{2}=\dfrac{-p}{\sqrt{p^2+36p}}$ — 1
- Een exacte berekening waaruit volgt $p=12$ — 1
- Dus $P(12, 6\sqrt{12})$, dus $OP=\sqrt{12^2+(6\sqrt{12})^2}=24$ — 1
- Dus $x_{P'}=-24$ — 1

of

- Als $P(p, 6\sqrt{p})$, dan is $OP=\sqrt{p^2+36p}$ — 1
- Dan geldt $x_{P'}=-\sqrt{p^2+36p}$ — 1
- De lijn door O en P heeft hellingshoek $(180-120=)\,60°$ — 1
- De richtingscoëfficiënt van deze lijn is dus $\sqrt{3}$ — 1
- Als Q de loodrechte projectie van P op de x-as is, dan geldt $PQ=p\sqrt{3}$; er moet gelden $OP^2=OQ^2+PQ^2$, dus $p^2+36p=p^2+3p^2$; dit geeft $3p^2=36p$, dus $p=12$ ($p=0$ voldoet niet) — 1
- Dus $OP=\sqrt{12^2+36\cdot 12}=24$, dus $x_{P'}=-24$ — 1

of

Vraag	Antwoord	Scores

- Als $P'(-p, 0)$, dan is $OP = p$ — 1
- De lijn door O en P heeft hellingshoek $(180-120=)\,60°$ — 1
- Als Q de loodrechte projectie van P op de x-as is, dan is OQP een $1-2-\sqrt{3}$-driehoek — 1
- Hieruit volgt dat $OQ = \frac{1}{2}p$ en $PQ = \frac{1}{2}p\sqrt{3}$ — 1
- Dus $6\sqrt{\frac{1}{2}p} = \frac{1}{2}p\sqrt{3}$ — 1
- Een exacte berekening waaruit volgt $p = 24$ ($p = 0$ voldoet niet), dus $x_{P'} = -24$ — 1

of

- Als $P(p, 6\sqrt{p})$, dan is $OP = \sqrt{p^2 + 36p}$ — 1
- Dan geldt $\overrightarrow{OP'} = \begin{pmatrix} -\sqrt{p^2+36p} \\ 0 \end{pmatrix}$ — 1
- $\cos(120°) = \dfrac{\begin{pmatrix} p \\ 6\sqrt{p} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -\sqrt{p^2+36p} \\ 0 \end{pmatrix}}{\left|\begin{pmatrix} p \\ 6\sqrt{p} \end{pmatrix}\right| \cdot \left|\begin{pmatrix} -\sqrt{p^2+36p} \\ 0 \end{pmatrix}\right|}$ — 1
- Dus $-\dfrac{1}{2} = \dfrac{-p \cdot \sqrt{p^2+36p}}{p^2+36p}$ — 1
- Een exacte berekening waaruit volgt $p = 12$ — 1
- Dus $OP = \sqrt{12^2 + 36 \cdot 12} = 24$, dus $x_{P'} = -24$ — 1

of

- Als $P'(-p, 0)$, dan ligt P op de cirkel met middelpunt O en straal p, en die heeft vergelijking $x^2 + y^2 = p^2$ — 1
- Invullen van $y = 6\sqrt{x}$ geeft $x^2 + 36x = p^2$ voor de x-coördinaat van P — 1
- De lijn door O en P heeft hellingshoek $(180-120=)\,60°$ — 1
- $x_P = p \cdot \cos(60°) = \frac{1}{2}p$ — 1
- Invullen in $x^2 + 36x = p^2$ geeft $\left(\frac{1}{2}p\right)^2 + 36 \cdot \frac{1}{2}p = p^2$ — 1
- Een exacte berekening waaruit volgt $p = 24$ ($p = 0$ voldoet niet), dus $x_{P'} = -24$ — 1